

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

Contenidos:

- Elementos básicos del plano: punto, recta y segmento. Rectas paralelas y perpendiculares. Ángulos: definición, clasificación y medida.
- Instrumentos de dibujo. Construcción de segmentos, ángulos, mediatrices y bisectrices con los instrumentos de dibujo habituales.
- Polígonos: definición, elementos, clasificación y propiedades. Triángulos. Cuadriláteros. Clasificación de triángulos y cuadriláteros a partir de diferentes criterios.
- Circunferencia y círculo: descripción, elementos y propiedades. Arco de circunferencia. Sector circular. Circunferencias concéntricas. Corona circular.
- Realización de clasificaciones de figuras geométricas planas atendiendo a diferentes características.
- Uso de los instrumentos de dibujo apropiados para la realización de polígonos, circunferencias y elementos de los mismos.
- Unidades de superficie.
- Cálculo de perímetros y áreas. Uso de la composición y descomposición de figuras planas en otras para realizar el cálculo de áreas. Expresión del resultado en la unidad y con la precisión adecuada a la situación.

Contenidos mínimos:

- Conocer los elementos fundamentales de plano: puntos, rectas, ángulos.
- Conocer los diferentes tipos de ángulos y las propiedades y relaciones entre ángulos.
- Medir y realizar operaciones básicas con ángulos.
- Reconocer, representar e identificar los elementos geométricos que caracterizan a diferentes polígonos.
- Reconocer y dibujar diferentes tipos de polígonos: triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares.
- Manejar las unidades de medida de superficies.
- Calcular perímetros y áreas de diferentes polígonos.
- Identificar los diferentes elementos presentes en la circunferencia y el círculo.
- Medir longitudes y áreas de figuras circulares.

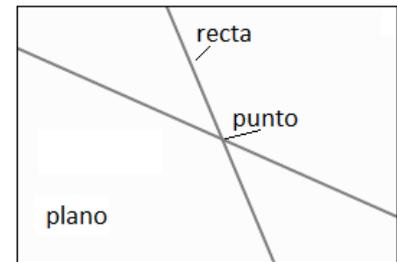
1. PUNTOS, RECTAS Y ÁNGULOS

Podemos considerar la representación de un plano como una hoja de papel que se extendiera en todas direcciones hasta el infinito, y tan fina que pudiéramos considerarla de grosor cero.

En el plano tenemos dos elementos fundamentales:

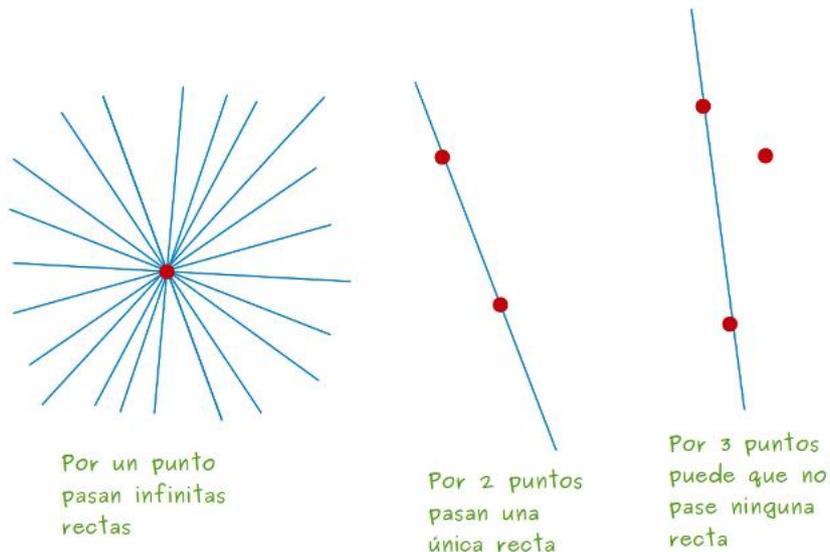
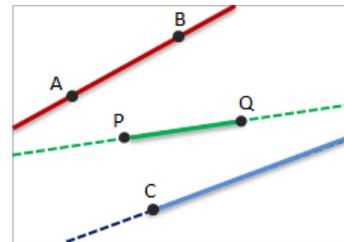
- El **punto**: que no tiene longitud ni anchura.
- La **recta**: que tiene longitud, pero no anchura. Una recta divide al plano en dos partes, cada una de las cuales es un semiplano.

Podemos simular un plano con una hoja de papel. Si doblamos la hoja, la marca que queda al desdoblarla, es una recta. Si hacemos una doblez distinta, el lugar donde se cortan las dos dobleces es la representación de un punto.



1.1. Rectas, semirrectas, segmentos

- Por un punto del plano, pueden pasar infinitas rectas.
- Por dos puntos del plano pasa una única recta.
 - Dos puntos A y B determinan una recta ilimitada.
 - Un punto C de una recta determina dos semirrectas ilimitadas.
 - Dos puntos P y Q de una recta determina un segmento limitado, cuya longitud podemos medir.



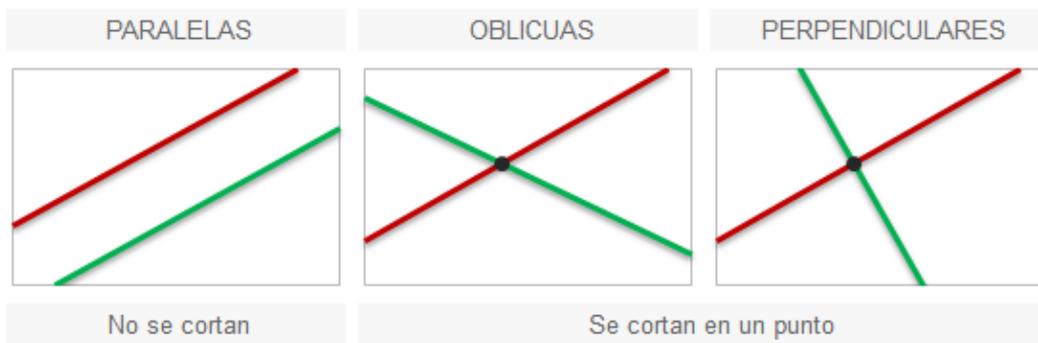
TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN EL PLANO:

- Pueden ser **paralelas** si no se cortan en ningún punto.
- Pueden ser **secantes** si se cortan en un punto.

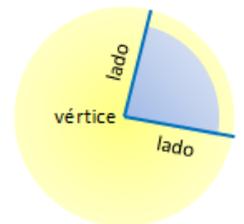
Dos rectas solo pueden cortarse en un punto, ya que si se cortaran en dos puntos, serían coincidentes, es decir, serían la misma recta.

Dos rectas secantes dividen al plano en cuatro regiones. Si tienen la misma amplitud, se dice que las rectas son perpendiculares.



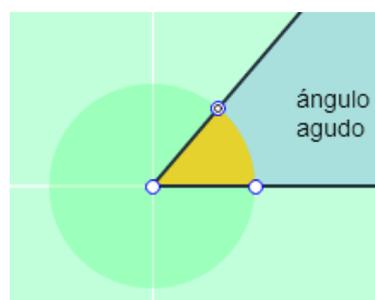
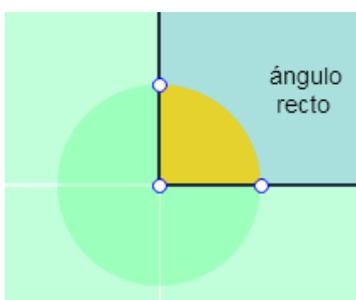
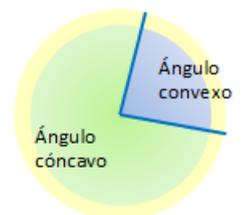
1.2. Ángulos

Dos semirrectas con un origen común determinan dos regiones en el plano, cada una de ellas es un ángulo. Las semirrectas son los lados de ángulo y el punto origen el vértice.



CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS:

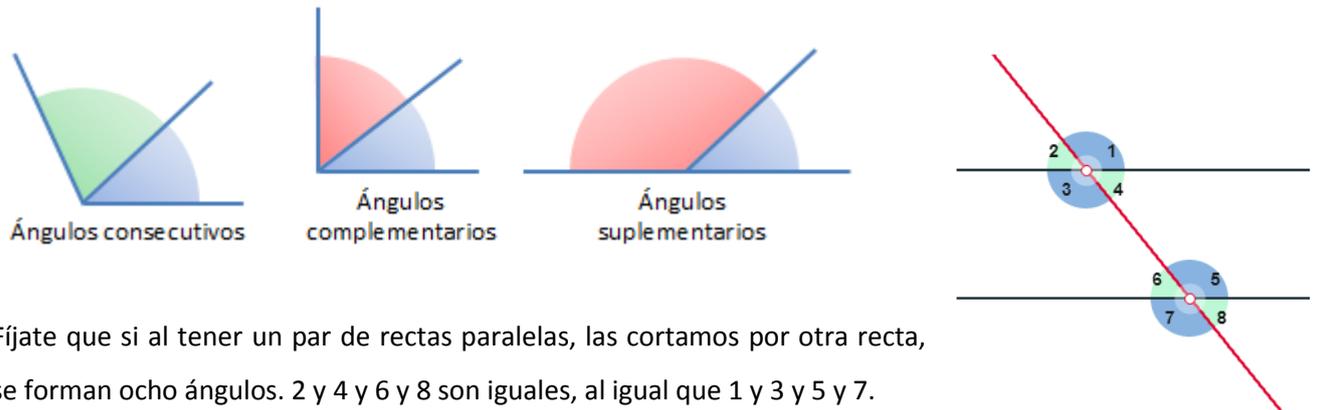
- Si los lados están sobre la misma recta, el ángulo es **llano**.
- Los ángulos mayores que un llano son **cóncavos**.
- Los ángulos menores son **convexos**. Pueden ser:
 - **Rectos:** si los lados están sobre rectas perpendiculares.
 - **Agudos:** si son menores que los rectos.
 - **Obtuseos:** mayores que los rectos.



RELACIONES ENTRE ÁNGULOS:

Dos ángulos son **consecutivos** cuando tienen el vértice y un lado en común.

- Dos ángulos consecutivos son **complementarios** si entre los dos forman un ángulo recto.
- Dos ángulos consecutivos son **suplementarios** si entre los dos forman un ángulo llano.

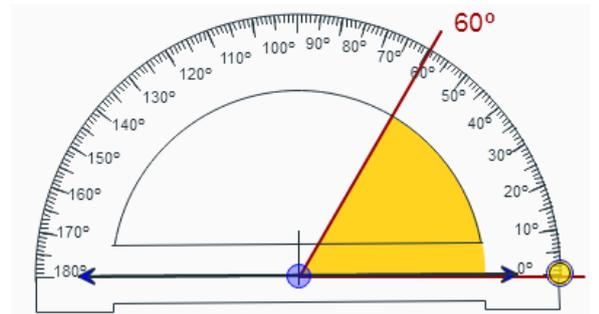


Fíjate que si al tener un par de rectas paralelas, las cortamos por otra recta, se forman ocho ángulos. 2 y 4 y 6 y 8 son iguales, al igual que 1 y 3 y 5 y 7.

MEDIDA DE ÁNGULOS:

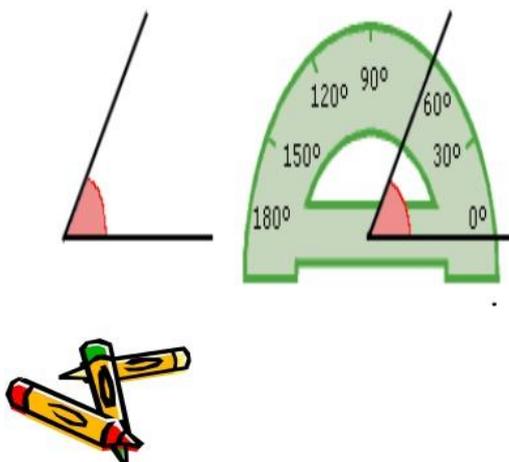
Para medir ángulos se usa el grado sexagesimal. (Un ángulo recto mide 90°). Para hacerlo se usa el transportador.

Puedes probar a medir ángulos en este enlace:



aula2.educa.aragon.es/datos/esp/esp/MateTecn/bloque1/Unidad06/pagina_19.html

¿CÓMO SE MIDEN LOS ÁNGULOS?



- Para medir un ángulo con el transportador, se siguen los pasos siguientes:
 1. Se coloca el transportador de forma que coincida el punto de su base, su centro, con el vértice del ángulo, y que uno de los lados del ángulo pase por 0°, es decir, por la base del transportador.
 2. Se lee sobre la semicircunferencia del transportador la medida por la que pasa el otro lado del ángulo.

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

EL SISTEMA SEXAGESIMAL:

Los submúltiplos del grado son el minuto (') y el segundo (''). Cada grado tiene 60 minutos y cada minuto 60 segundos.

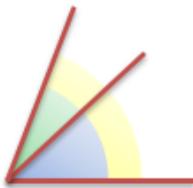
Para pasar de una unidad a otra de orden inferior se multiplica por 60 y para pasar a una de orden superior se divide por 60.

Ej.: $12^\circ = 12 \cdot 60 = 720'$ $24' \cdot 60 = 1440''$ $14400'' = 14400:60 = 240' = 240:60 = 4^\circ$

OPERACIONES CON ÁNGULOS:

► Suma de ángulos

Para sumar dos ángulos gráficamente, se colocan consecutivos y el ángulo resultante es la suma.



¿Cómo se hace?

$$\begin{array}{r} 45^\circ \quad 35' \quad 37'' \\ + 23^\circ \quad 38' \quad 46'' \\ \hline 68^\circ \quad 73' \quad 83'' \\ +1 \quad -60 \\ \hline 68^\circ \quad 74' \quad 23'' \\ +1 \quad -60 \\ \hline 69^\circ \quad 14' \quad 23'' \end{array}$$

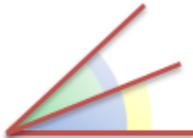
Si la suma de los minutos o los segundos es mayor que 60, se escriben en forma compleja y se distribuyen en la suma total.

$$83'' = 1' 23''$$

$$74' = 1^\circ 14'$$

► Resta de ángulos

Para restar dos ángulos se colocan el ángulo sustraendo con un lado común al minuendo y hacia el interior.

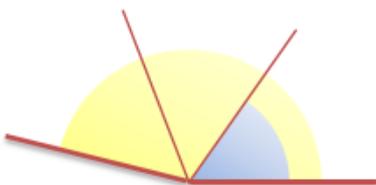


$$\begin{array}{r} 1^\circ=60' \quad 1'=60'' \\ 45^\circ \quad 35' \quad 37'' \quad 44^\circ \quad 94' \quad 97'' \\ - 23^\circ \quad 38' \quad 46'' \quad - 23^\circ \quad 38' \quad 46'' \\ \hline \hline 21^\circ \quad 56' \quad 51'' \end{array}$$

Cuando en alguna unidad el minuendo es menor que el sustraendo se resta 1 a la inmediatamente superior y se añade 60 a dicha unidad del minuendo.

► Producto por un número

El producto de un ángulo por 2, 3, 4, ... es otro ángulo de amplitud doble, triple, cuádruple, etc.



$$\begin{array}{r} 55^\circ \quad 26' \quad 42'' \\ \times 3 \\ \hline 165^\circ \quad 78' \quad 126'' \\ +2 \quad -120 \\ \hline 165^\circ \quad 80' \quad 6'' \\ +1 \quad -60 \\ \hline 166^\circ \quad 20' \quad 6'' \end{array}$$

Si el producto de los minutos o los segundos es mayor que 60, se escriben en forma compleja y se distribuyen en el total.

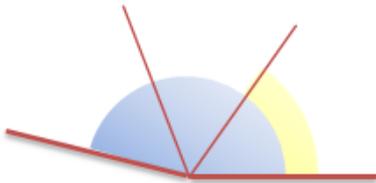
$$126'' = 2' 6''$$

$$80' = 1^\circ 20'$$

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

► Dividir un ángulo en partes iguales

El resultado de dividir un ángulo para 2, 3, 4, ... es otro ángulo de amplitud la mitad, la tercera parte, etc.



$$\begin{array}{r}
 166^{\circ} \quad 20' \quad 6'' \\
 16 \quad \downarrow \\
 1 \times 60 = 60' \\
 \hline
 80' \\
 20 \\
 2 \times 60 = 120'' \\
 \hline
 126'' \\
 06 \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 55^{\circ} \quad 26' \quad 42''
 \end{array}$$

Se dividen los grados para el número, se pasa el resto a minutos y se suma a la cantidad inicial. Se dividen los minutos resultantes y se repite el proceso con los segundos.

Ejercicios:

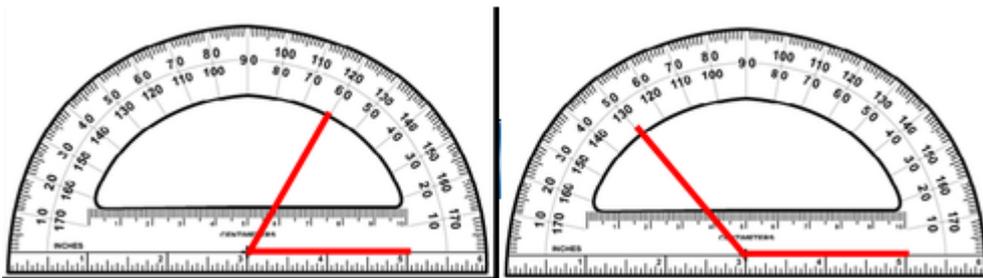
Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- A las 10 en punto las agujas del reloj forman un ángulo de 60° .
- El ángulo suplementario de $56^{\circ} 34'$ mide $33^{\circ} 26'$.
- La mitad del ángulo de $73^{\circ} 26' 40''$ mide $36^{\circ} 43' 20''$.
- El ángulo que mide 210° es cóncavo.

Completa los huecos siguientes:

- $12^{\circ} 12' 6''$ son _____ segundos.
- Al dividir un ángulo llano en 8 partes iguales cada parte mide _____.
- La suma de $25^{\circ} 34' 16''$ y $32^{\circ} 26' 52''$ es _____.
- El ángulo complementario de $45^{\circ} 23'$ mide _____.
- El ángulo _____ tiene doble amplitud que el que mide $22^{\circ} 59'$.

¿Cuánto miden los siguientes ángulos?



1.3. Dibujando puntos y rectas

Puedes encontrar información sobre cómo dibujar una paralela a una recta por un punto, una perpendicular a una recta desde un punto y cómo trazar una mediatriz y una bisectriz en el siguiente enlace:

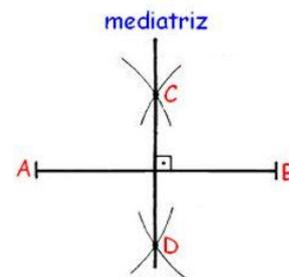
aula2.educa.aragon.es/datos/espada/MateTecno/bloque1/Unidad06/pagina_3.html

- Una mediatriz de un segmento es la recta perpendicular a éste por su punto medio.
- La bisectriz de un ángulo es la recta que lo divide en dos ángulos iguales.

MEDIATRIZ Y BISECTRIZ

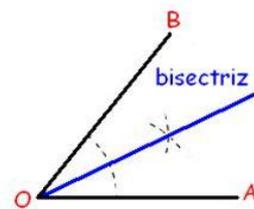
- **MEDIATRIZ:** es la recta que pasa por el punto medio de un segmento y es perpendicular a él.

Los puntos de la mediatriz están a la misma distancia de los extremos del segmento.



- **BISECTRIZ:** es la recta que divide un ángulo en dos ángulos iguales.

Los puntos de la bisectriz están a la misma distancia de los lados del ángulo.



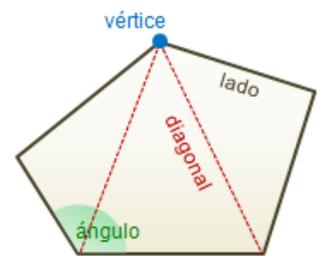
2. POLÍGONOS

Una línea poligonal es una serie de segmentos unidos de forma que cada uno empieza donde acaba el anterior. Puede ser abierta o cerrada. Si es cerrada delimita un **polígono**.

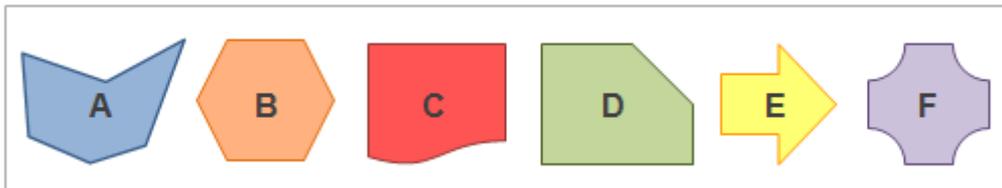


En todo polígono distinguimos:

- **Lados:** cada uno de los segmentos que delimitan el polígono.
- **Vértices:** puntos en los que unen dos lados.
- **Ángulos:** formados por dos lados contiguos.
- **Diagonales:** segmentos que unen dos lados no consecutivos de un polígono.



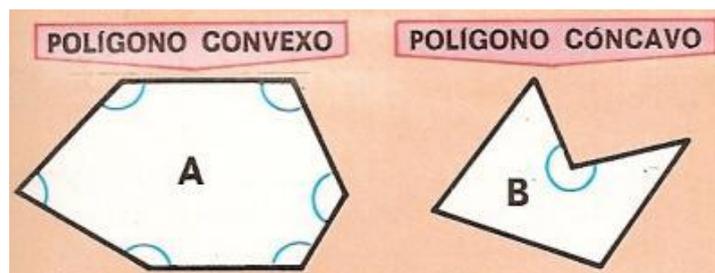
Ejercicio: ¿Cuáles de las siguientes figuras son polígonos?



2.1. Clases de polígonos

CÓNCAVOS Y CONVEXOS:

- Un polígono **cóncavo** tiene algún ángulo cóncavo, es decir, mayor de 180° .
- Es **convexo** cuando todos sus ángulos son convexos.



TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

SEGÚN LOS LADOS:

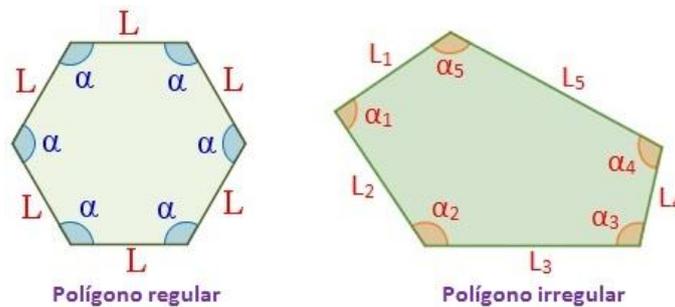
Se necesita al menos tres segmentos para formar un polígono, y el polígono va a tener el mismo número de lados que de ángulos o vértices.

Según el nº de lados recibe distintos nombres. Los de muchos lados no tienen nombre especial, se les dice “polígono de 25 lados”, por ejemplo.

| Número de lados | Nombre |
|-----------------|--------------|
| 3 | TRIÁNGULO |
| 4 | CUADRILÁTERO |
| 5 | PENTÁGONO |
| 6 | HEXÁGONO |
| 7 | HEPTÁGONO |
| 8 | OCTÓGONO |
| 9 | ENEÁGONO |
| 10 | DECÁGONO |
| 11 | ENDECÁGONO |
| 12 | DODECÁGONO |

POLÍGONOS REGULARES O IRREGULARES:

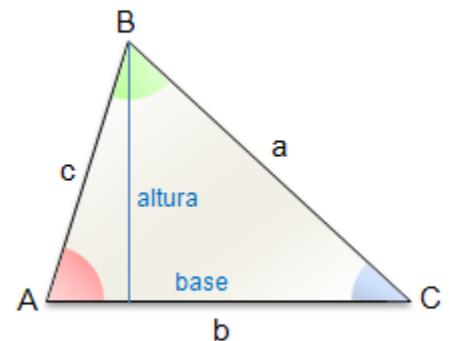
- **Regular:** si tiene todos sus lados y ángulos iguales.
- **Irregular:** cuando no todos son iguales.



2.2. Triángulos

Un triángulo es un polígono de tres lados. Tres puntos A, B y C determinan el triángulo ABC donde distinguimos los vértices A, B y C, los ángulos A, B y C, y los lados a, b y c.

El lado sobre el que se apoya el triángulo es la base, y la recta perpendicular a la base desde el vértice opuesto es la altura. Cada uno de los tres lados puede ser considerado la base del triángulo, y a cada uno de ellos les corresponde una altura.



Tiene dos propiedades importantes:

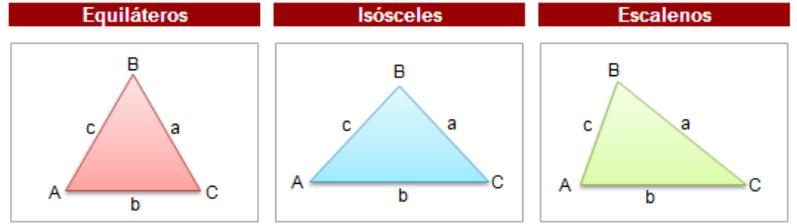
- Los ángulos de un triángulo siempre suman 180° .
- La longitud de un lado debe ser siempre menor que la suma de las longitudes de los otros dos lados.

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

CLASES DE TRIÁNGULOS:

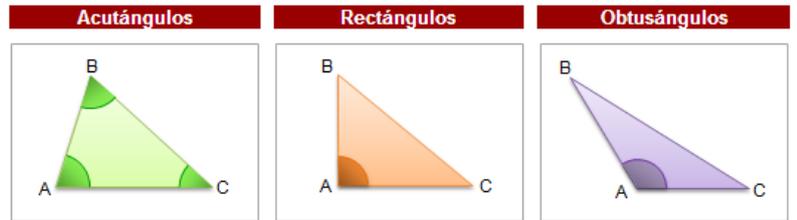
Se pueden clasificar según sus lados:

- **Equiláteros:** Los tres lados iguales.
- **Isósceles:** Dos lados iguales.
- **Escalenos:** Los tres lados desiguales.



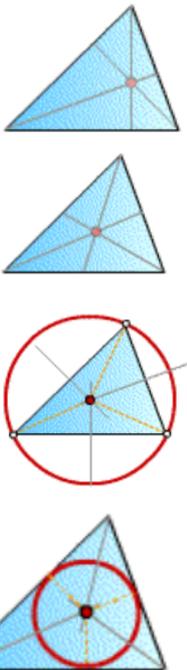
O según sus ángulos:

- **Acutángulos:** Los tres ángulos agudos.
- **Rectángulos:** Un ángulo rectángulo.
- **Obtusángulos:** Un ángulo obtuso.



RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO:

- **Alturas y ortocentro:** las alturas son las rectas perpendiculares por el vértices opuesto a cada uno de los lados, las tres alturas se cortan en el ortocentro.
- **Medianas y baricentro:** las medianas son los segmentos que unen cada vértice con el punto medio del lado opuesto, se cortan en el baricentro.
- **Mediatrices y circuncentro:** la mediatriz es la recta perpendicular por el punto medio del lado, se cortan en el circuncentro.
- **Bisectrices e incentro:** la bisectriz es la recta que divide en dos partes iguales un ángulo, se cortan en el incentro.

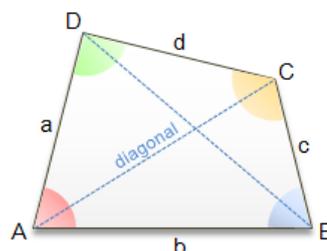


2.3. Cuadriláteros

Es un polígono de cuatro lados. Cuatro puntos del plano determinan un cuadrilátero siempre que tres de ellos no estén alineados.

En un cuadrilátero se distinguen cuatro vértices, cuatro ángulos, cuatro lados y dos diagonales.

Los ángulos de un cuadrilátero suman 360° .



TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

CLASES DE CUADRILÁTEROS:

Se clasifican según tengan sus lados paralelos o no:

- Paralelogramo: lados paralelos dos a dos.
- Trapecio: dos lados paralelos.
- Trapezoide: ningún lado paralelo a otro.



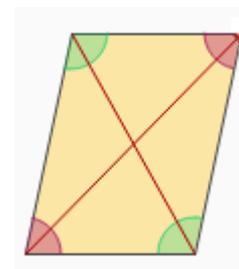
PARALELOGRAMOS:

Hay cuatro tipos, según sean sus lados y ángulos:



En todos los paralelogramos se cumple que:

- Los lados opuestos son iguales.
- Los ángulos opuestos son iguales.
- Los ángulos consecutivos suman 180° .
- Los dos triángulos en que lo divide cada diagonal son iguales.
- Las diagonales se cortan en el punto medio.



Ejercicio: ¿Verdadero o falso?

- *En todos los paralelogramos las dos diagonales se cortan en el punto medio.*
- *Un cuadrilátero que tiene los cuatro lados iguales es siempre un cuadrado.*
- *Los trapecios tienen solo dos lados paralelos.*

2.4. Polígonos regulares

Un polígono es regular cuando tiene lados iguales y ángulos iguales.

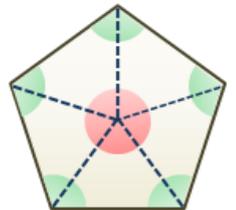
Se distinguen, además de vértices, ángulos y lados, los siguientes elementos:

- Centro: punto que equidista de todos los vértices.
- Radio: segmento que une el centro con un vértice.
- Apotema: segmento que une el centro con el punto medio de un lado. Apotema y lado son perpendiculares.



El ángulo central es el formado por dos radios consecutivos, mide $360^\circ/n$, donde n es el número de lados del polígono.

El ángulo interior es el formado por dos lados consecutivos. Es suplementario del ángulo central (suman 180°).

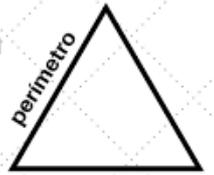


3. MEDIDAS EN EL PLANO

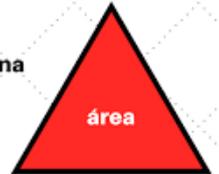
3.1. Unidades de superficie

- El **área** de una figura plana es la medida de la superficie que ocupa.
- El **perímetro** de una figura plana es la medida de su contorno. Si se trata de un polígono es la suma de las longitudes de sus lados.

El **perímetro** es la longitud o distancia que delimita a una figura

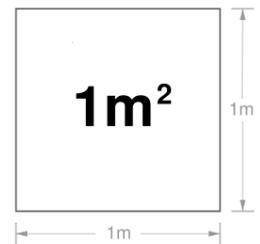


El **área** es el espacio comprendido dentro de una figura



EL METRO CUADRADO:

La unidad principal para medir la superficie es el metro cuadrado (m^2) y es la superficie de un cuadrado de 1 metro de lado.



Para medir superficies muy grandes o muy pequeñas se utilizan múltiplos o submúltiplos del metro cuadrado.

| MÚLTIPLOS | | | BASE | SUBMÚLTIPLOS | | |
|-----------|------------|-----------|-------|--------------|------------|-----------|
| kilómetro | hectómetro | decámetro | METRO | decímetro | centímetro | milímetro |
| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
| 1000 m | 100 m | 10 m | 1 m | 0.1 m | 0.01 m | 0.001 m |



Mayores que el metro

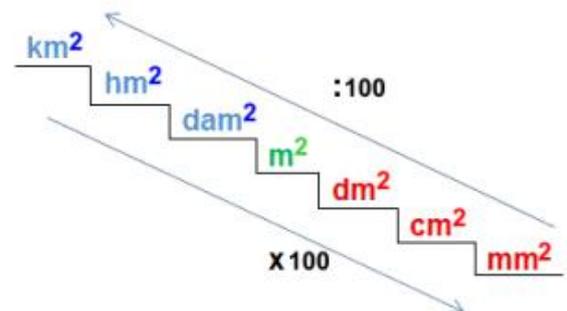


Menores que el metro

Una hectárea equivale a 1 hm^2 y un área a un dam^2 .

PASAR DE UNAS UNIDADES A OTRAS:

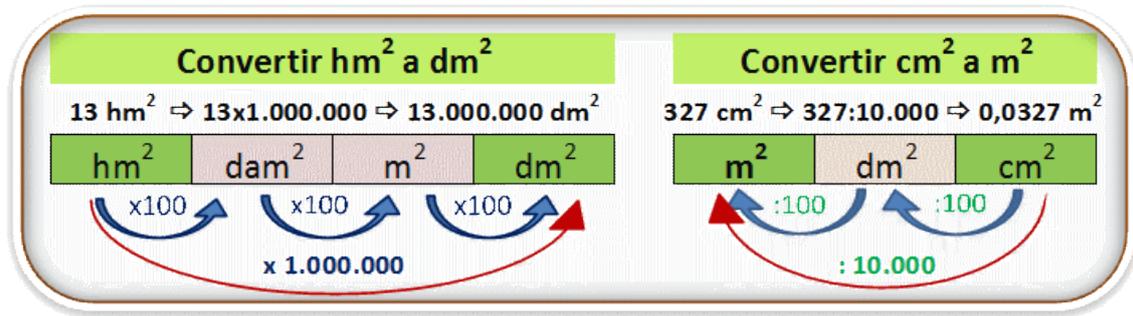
Las unidades de superficie van de 100 en 100. Para pasar de una unidad de superficie a otra de orden inferior se multiplica por 100 por tantos saltos haya que dar, y para una de orden superior se divide.



https://www.youtube.com/watch?v=vXgr1oR_hlk

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

Ejemplos: $2,5 \text{ m}^2 = 250 \text{ dm}^2$ $1342 \text{ m}^2 = 0,1342 \text{ hm}^2$



Ejercicio: Indica la unidad más conveniente para medir cada superficie.

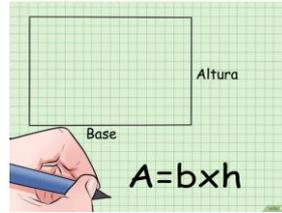
| | |
|---|----------------|
| La superficie de una finca | m^2 |
| La superficie de un campo de fútbol | km^2 |
| La superficie de una tarjeta de crédito | hm^2 |
| La superficie de un piso | cm^2 |
| La superficie de España | dam^2 |

Ejercicio: Une las cantidades que sean equivalentes.

| | |
|--------------------|---------------------|
| 1,7 dm^2 | 1700 dm^2 |
| 17 m^2 | 170 cm^2 |
| 0,17 m^2 | 0,017 km^2 |
| 0,17 dm^2 | 17 dm^2 |
| 170 dam^2 | 17 cm^2 |

3.2. Perímetros y áreas

ÁREA DEL RECTÁNGULO:



- El área de un rectángulo es base por altura.
- Cuando la base y la altura son iguales se trata de un cuadrado.

¿Cuál es el área de este rectángulo?

Observa que el rectángulo tiene 5 columnas de 3 cm^2 cada una.

Área del rectángulo = $5 \times 3 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$

También la podemos calcular así:

Largo

Ancho

Área = $5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$

¿Cuál es el área de este cuadrado?

Observa que el cuadrado tiene 3 columnas de 3 cm^2 cada una.

Área del cuadrado = $3 \times 3 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$

También la podemos calcular así:

Lado

Lado

Área = $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$

- El área del rectángulo es igual al producto de su largo por su ancho.
- El área del cuadrado es igual al producto de su lado por sí mismo.

ÁREA DEL ROMBOIDE:

Es la misma que la del rectángulo: base por altura.

¿Cuál es el área de este romboide?

Fíjate en que un romboide se puede transformar en un rectángulo. Basta con cortar por la altura h y trasladar el triángulo obtenido al otro lado.

→

El rectángulo obtenido tiene la misma base, b , y altura, h , que el romboide.

Área del romboide = Área del rectángulo = base \times altura

Área = $b \times h = 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$

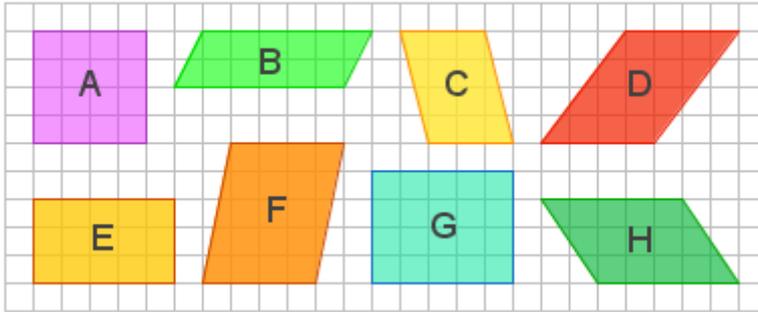
El área del romboide es el producto de su base por su altura.

▶

Área del romboide = $b \times h$

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

Ejercicio: De los paralelogramos de la imagen, empareja los que tengan la misma área.



ÁREA DEL ROMBO:

El área de un rombo es la mitad del producto de las dos diagonales.

¿Cuál es el área de este rombo?

Fíjate en que si trazamos paralelas a cada diagonal del rombo por sus vértices, se forma un rectángulo, cuya base es igual a la diagonal mayor del rombo, D , y cuya altura es igual a la diagonal menor, d .

El área del rombo es la mitad del área de ese rectángulo.

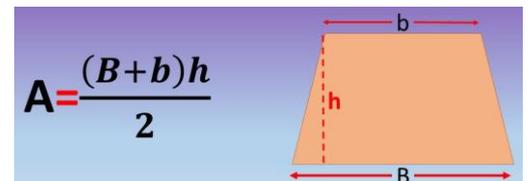
$$\text{Área del rombo} = \frac{\text{Área del rectángulo}}{2} = \frac{\text{diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{D \times d}{2} = \frac{5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}}{2} = 5 \text{ cm}^2$$

El área del rombo es el producto de sus diagonales dividido entre 2. ▶ Área del rombo = $\frac{D \times d}{2}$

ÁREA DEL TRAPECIO:

El área de un trapecio es la semisuma de las bases por la altura.



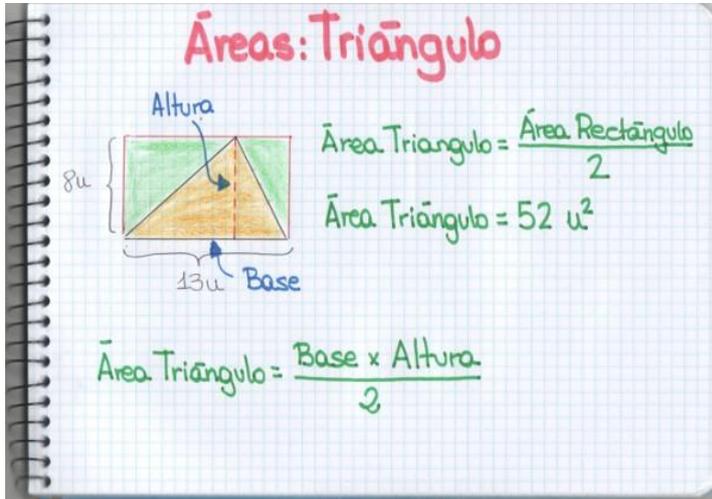
Ejercicio: Completa.

- Las diagonales de un rombo miden 8 cm y 5 cm, su área es de _____.
- El área de un rombo es de _____ dm^2 , por lo que una diagonal mide 10 dm y la otra 4 dm.

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

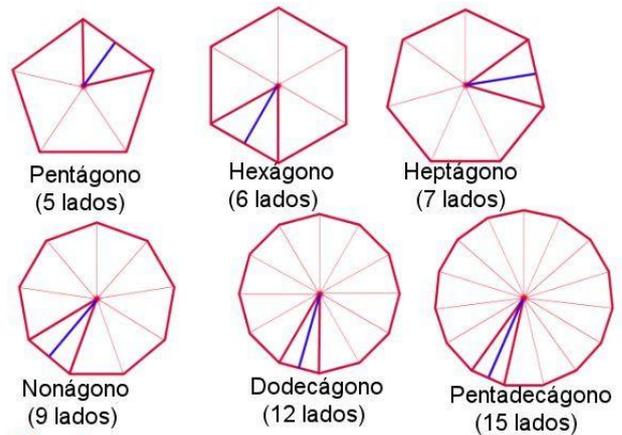
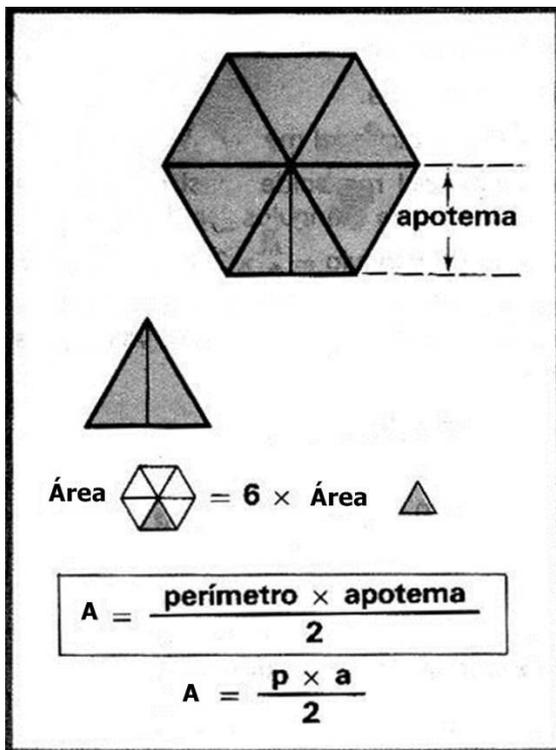
ÁREA DEL TRIÁNGULO:

El área de un triángulo es la mitad del producto de la base por la altura.



ÁREA DE LOS POLÍGONOS REGULARES:

Un polígono regular siempre se puede descomponer en tantos triángulos isósceles como lados tiene, todos iguales. La altura de cada triángulo es la apotema del polígono, y la base el lado del polígono. Sumando estas áreas obtenemos la del polígono regular.



Fórmulas:

Perímetro = $L \times n$
Lado por número de lados

Área = $\frac{P \times a}{2}$
Perímetro por apotema entre 2

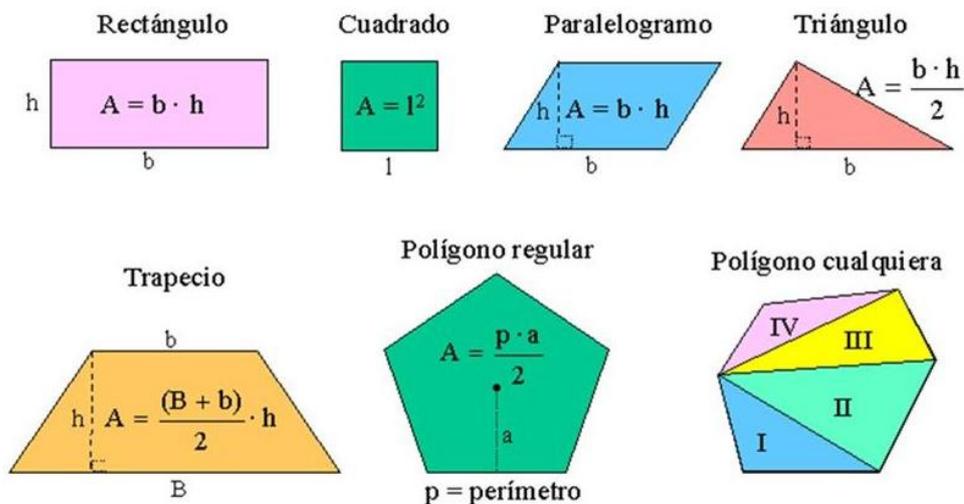
TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

Ejercicio: Completa.

- La base de un triángulo mide 4,5 cm y su altura 6 cm. Su área es _____.
- El área de un exágono regular de 6 cm de lado y 5,2 cm de apotema es _____.
- Los lados de un triángulo rectángulo miden 3, 4 y 5 cm. Su perímetro es _____.

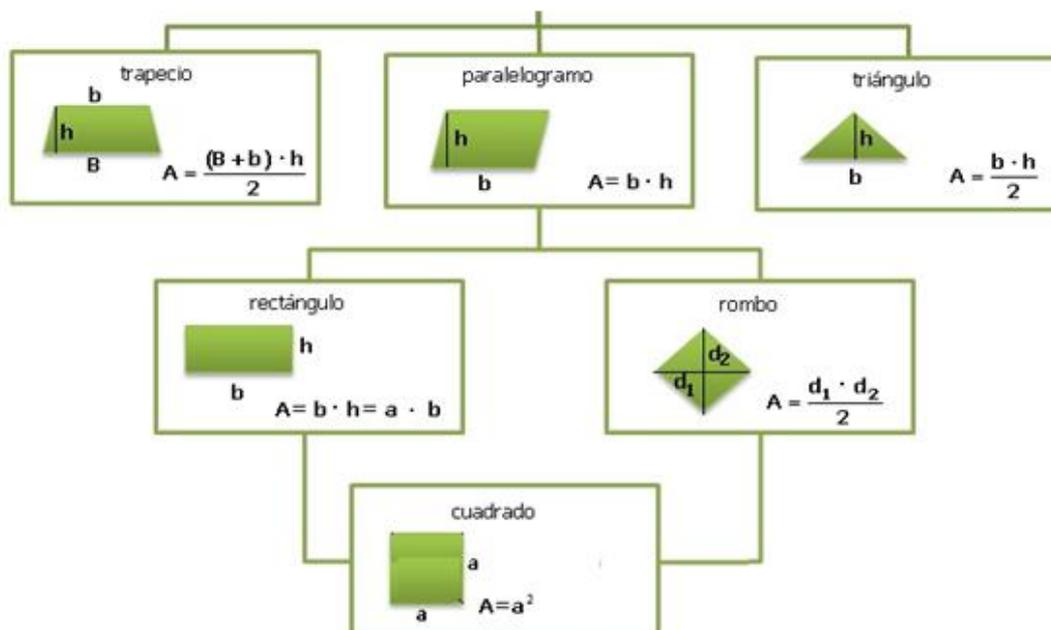
✚ Practica:

aula2.educa.aragon.es/datos/esp/esp/MateTecn/bloque1/Unidad06/pagina_12.html



El área de un polígono cualquiera es igual a la suma de las áreas de los triángulos que puedan formarse. En este caso, a la suma de las áreas I, II, III y IV.

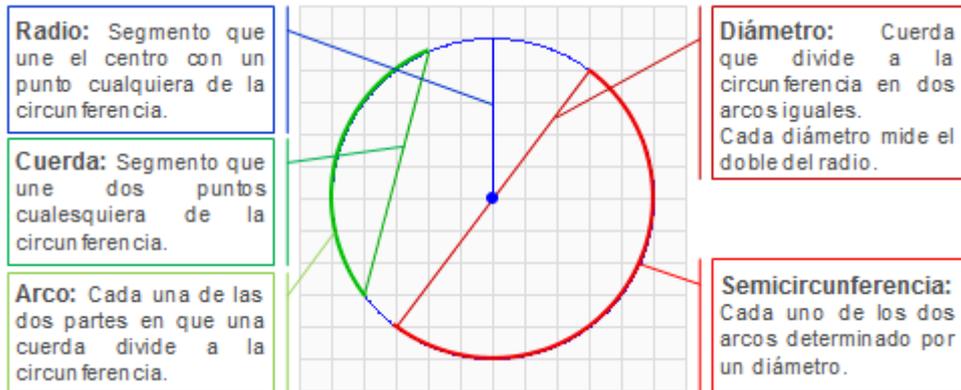
Área triángulos y cuadriláteros



4. LA CIRCUNFERENCIA Y EL CÍRCULO

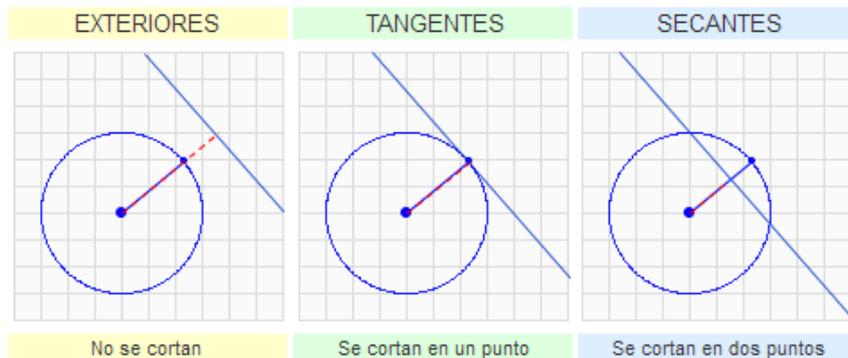
- Una **circunferencia** es la línea formada por todos los puntos que están a la misma distancia de otro punto llamado centro.
- El **círculo** es la región del plano limitada por una circunferencia.

Elementos que encontramos en la circunferencia:



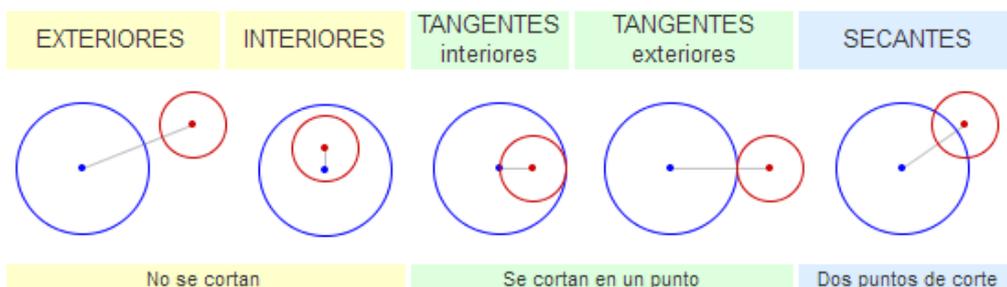
POSICIONES RELATIVAS DE UNA RECTA Y UNA CIRCUNFERENCIA:

Una recta y una circunferencia pueden cortarse en dos puntos, en uno o en ninguno:



POSICIONES RELATIVAS DE DOS CIRCUNFERENCIAS:

Dos circunferencias también pueden cortarse en dos puntos (secantes), en un punto (tangentes) o en ninguno (exteriores o interiores, según una quede fuera o dentro de la otra).



4.1. Longitud de la circunferencia y área del círculo

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA:

Si mides el contorno de un círculo, y lo divides entre el diámetro, verás que siempre obtienes el mismo número, midas el círculo que midas.



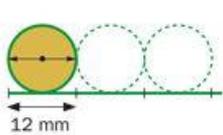
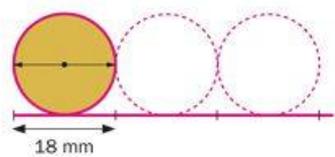
| | | |
|-------------------------------------|---------|----------------|
| 3.141592653589793238462643383279 | | |
| 5028841971693993751058209749445923 | | |
| 07816406286208998628034825342117067 | | |
| 9821 | 48086 | 5132 |
| 823 | 06647 | 09384 |
| 46 | 09550 | 58223 |
| 17 | 25359 | 4081 |
| | 2848 | 1117 |
| | 4502 | 8410 |
| | 2701 | 9385 |
| | 21105 | 55964 |
| | 46229 | 48954 |
| | 9303 | 81964 |
| | 4288 | 10975 |
| | 66593 | 34461 |
| | 284756 | 48233 |
| | 78678 | 31652 |
| | 2019091 | 456485 |
| | 9234603 | 48610454326648 |
| | 2133936 | 0726024914127 |
| | 3724587 | 00660631558 |
| | 817488 | 152092096 |

Ese número es pi (π). Es un número que tiene infinitas cifras decimales, que no siguen ningún patrón evidente. Suele redondearse a 3,14.

Por lo tanto, para calcular la longitud de la circunferencia bastará con multiplicar por pi el diámetro, o dos veces el radio. $L = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$

Félix bordea con una cinta dos círculos de cartón, es decir, marca las circunferencias.

Al estirar las cintas, Félix observa que la longitud de cada circunferencia es un poco más de 3 veces el diámetro del círculo.

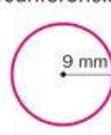

Félix comprueba que:

- Al dividir la longitud de la circunferencia entre el diámetro del círculo, el cociente es siempre el mismo número cuyo valor aproximado es 3,14. Ese número se llama π (pi). $\frac{L}{d} = \pi = 3,14$
- La longitud de la circunferencia es, aproximadamente, el producto de 3,14 por el diámetro, es decir, 3,14 por 2 veces el radio. $L = \pi \times d = \pi \times 2 \times r$

Observa cómo calcula la longitud de las dos circunferencias.



$L = 3,14 \times 12 \text{ mm} = 37,68 \text{ mm}$



$L = 3,14 \times 2 \times 9 \text{ mm} = 56,52 \text{ mm}$

La longitud de la circunferencia es igual al producto de 3,14 por su diámetro.

$L = \pi \times d = 2 \times \pi \times r$

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

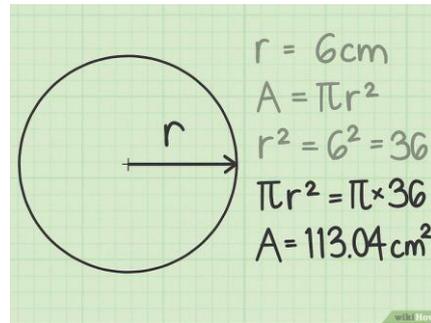
ÁREA DEL CÍRCULO:

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = 3,14 \cdot 5^2$$

$$A = 3,14 \cdot 25$$

$$A = 78,5m^2$$

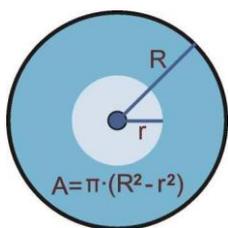


LAS FIGURAS CIRCULARES:

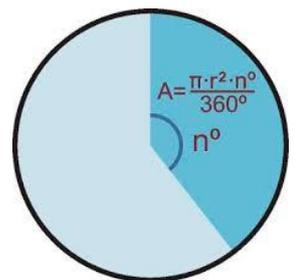
Las partes de un círculo se llaman figuras circulares.

| SECTOR circular | SEGMENTO circular | CORONA circular | TRAPECIO circular |
|--|--|---|---|
| | | | |
| Cada una de las partes del círculo comprendida entre dos radios y el arco correspondiente. | Cada una de las partes del círculo comprendida entre una cuerda y el arco correspondiente. | Región del plano comprendida entre dos circunferencias con el mismo centro. | Cada una de las partes de una corona circular comprendida entre dos radios. |

Por ejemplo, para calcular el área de la corona circular, se restan las áreas de los dos círculos que las componen.



En el caso del sector circular, se divide el area en 360 partes (obteniendo así lo que mide el área de una parte que mida 1º, y se multiplica por el ángulo del sector).



TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

EJERCICIOS DE REPASO

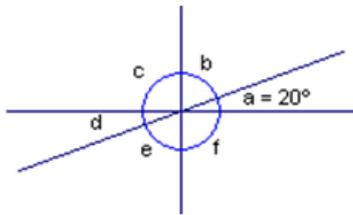
1. Expresa

- a) $12^\circ 34' 44'' \rightarrow$ segundos
- b) $25^\circ 24' \rightarrow$ grados

2. Dados los ángulos $\hat{A} = 54^\circ 23' 45''$, $\hat{B} = 62^\circ 43' 26''$ y $\hat{C} = 12^\circ 18' 49''$. Calcula:

- a) $\hat{A} + \hat{B} =$
- b) $\hat{A} - \hat{C} =$
- c) $\hat{A} + \hat{B} - \hat{C} =$

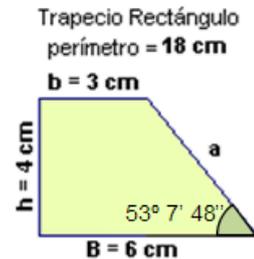
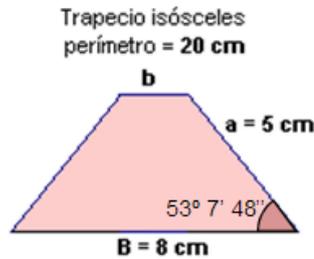
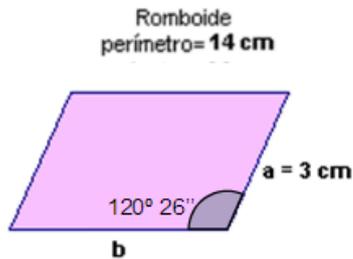
3. Calcula los ángulos que faltan :



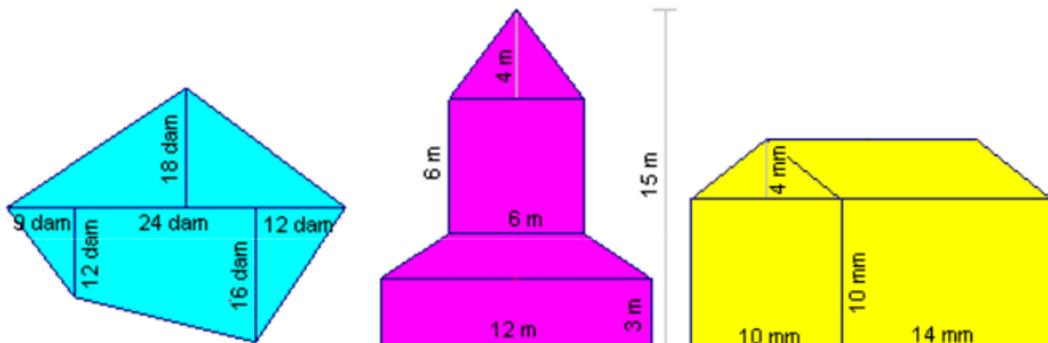
4. Transforma en m^2 las siguientes unidades de superficie:

- a) $0,025 \text{ hm}^2$
- b) 43212 dm^2
- c) 26 dam^2
- d) $0,012 \text{ km}^2$

5. Calcula los lados y los ángulos que faltan en cada polígono:



6. Halla el área de las siguientes figuras:



7. El radio de la Tierra es 6370 km, si se diese una vuelta completa a la Tierra siguiendo el ecuador, ¿qué distancia se recorrería?. ¿Y si la vuelta la diera un satélite situado a 10000 m de altura?.

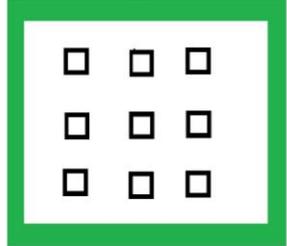
EJERCICIOS DE REPASO

Juegos de Lógica

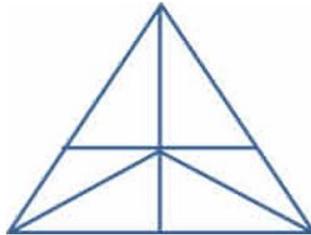
une 4 puntos con 3 líneas



une 9 puntos con 4 líneas

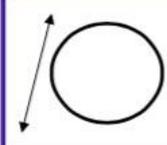
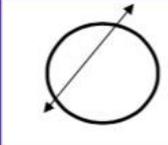
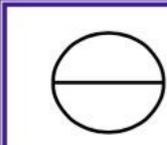
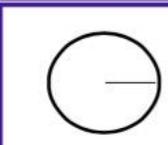
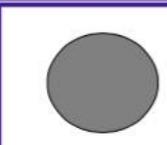
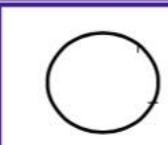
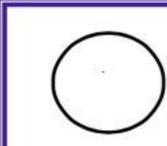
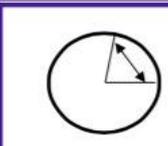
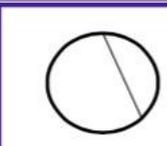
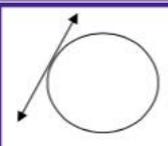


¿Cuántos triángulos ves en esta imagen?



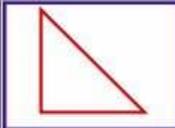
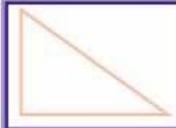
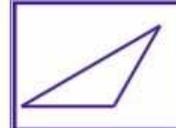
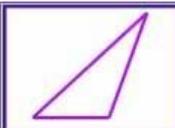
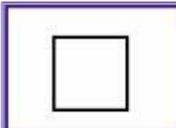
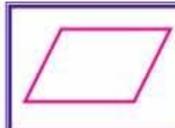
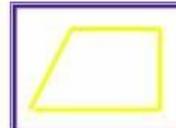
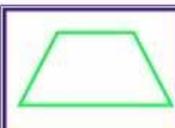
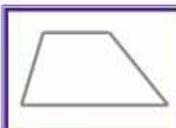
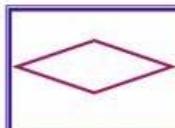
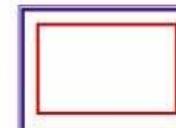


TALLERES COGNITIVA
www.tallerescognitiva.com

| | | | |
|--|--|--|---|
| <p style="text-align: center;">DIÁMETRO</p> <p>Segmento cuyos extremos son puntos de la circunferencia y pasa por su centro</p> | <p style="text-align: center;">RECTA SECANTE A LA CIRCUNFERENCIA</p> <p>Toda recta que toca a la circunferencia en dos puntos</p> | <p style="text-align: center;">RADIO</p> <p>Segmentos cuyos extremos son un punto de la circunferencia y su centro</p> | <p style="text-align: center;">CIRCULO</p> <p>Figura plana Formada por una circunferencia y los puntos interiores a ésta</p> |
| <p style="text-align: center;">ARCO</p> <p>Parte de la circunferencia determinada por dos puntos sobre ella</p> | <p style="text-align: center;">CIRCUNFERENCIA</p> <p>Línea curva cerrada cuyos puntos equidistan de un punto llamado centro</p> | <p style="text-align: center;">ÁNGULO AL CENTRO</p> <p>Todo ángulo cuyo vértice coincide con el centro de la circunferencia</p> | <p style="text-align: center;">CUERDA</p> <p>Es todo segmento cuyos extremos son puntos de la circunferencia</p> |
| <p style="text-align: center;">RECTA TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA</p> <p>Toda recta que toca a la circunferencia en un solo punto</p> | <p style="text-align: center;">RECTA EXTERIOR A LA CIRCUNFERENCIA</p> <p>Toda recta que no toca a la circunferencia</p> |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA



| | | | |
|---|---|---|---|
| TRIÁNGULO RECTÁNGULO ISOSCELES | TRIÁNGULO RECTÁNGULO ESCALENO | TRIÁNGULO EQUILÁTERO | TRIÁNGULO ISÓSCELES OBTUSÁNGULO |
| TRIÁNGULO ESCALENO OBTUSÁNGULO | CUADRADO | PARALELOGRAMO NO RECTÁNGULO NO ROMBO | TRAPECIO RECTÁNGULO |
| TRAPECIO ISÓSCELES | TRAPECIO ESCALENO | ROMBO NO CUADRADO | RECTÁNGULO NO CUADRADO |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Colorea los distintos tipos de triángulos según sus ángulos

Triángulo Rectángulo

Triángulo Acutángulo

Triángulo Obtusángulo

© www.TodoEducativo.com
http://laminasydibujosdidacticos.blogspot.com

| | | | |
|---|---|---|--|
| <p>DIÁMETRO Segmento cuyos extremos son puntos de la circunferencia y pasa por su centro</p> | <p>RECTA SECANTE A LA CIRCUNFERENCIA Toda recta que toca a la circunferencia en dos puntos</p> | <p>RADIO Segmentos cuyos extremos son un punto de la circunferencia y su centro</p> | <p>CIRCULO Figura plana Formada por una circunferencia y los puntos interiores a ésta</p> |
| <p>ARCO Parte de la circunferencia determinada por dos puntos sobre ella</p> | <p>CIRCUNFERENCIA Línea curva cerrada cuyos puntos equidistan de un punto llamado centro</p> | <p>ÁNGULO AL CENTRO Todo ángulo cuyo vértice coincide con el centro de la circunferencia</p> | <p>CUERDA Es todo segmento cuyos extremos son puntos de la circunferencia</p> |
| <p>RECTA TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA Toda recta que toca a la circunferencia en un solo punto</p> | <p>RECTA EXTERIOR A LA CIRCUNFERENCIA Toda recta que no toca a la circunferencia</p> | | |
| | | | |
| | | | |

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

1cm

1cm

Perímetro cm

Área cm²

Señala cuál es el perímetro de las figuras indicadas

3

3

2

2

1

14 12 20 15

5

55 35 45 40

2

3

5

15 12 10 20

8

8

64 24 36 16

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

Actividad 4. Juego de áreas y perímetros

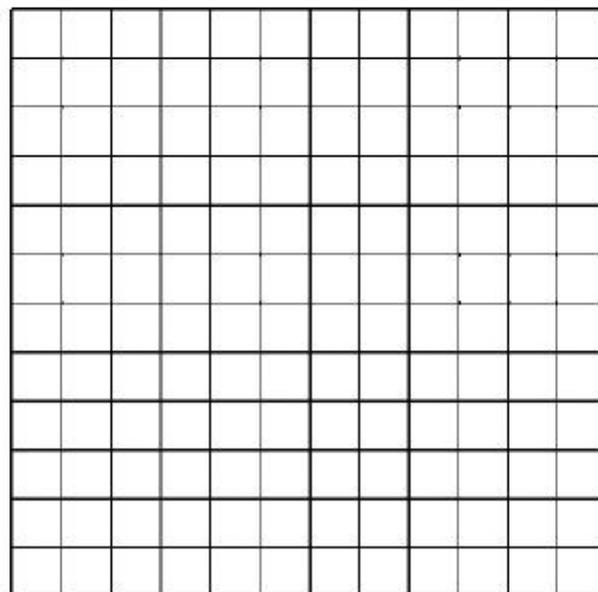
Este es un juego para dos personas. Uno de los jugadores, jugador A, dibuja sobre la cuadrícula una figura de 12 cm^2 de área, pintándola de rojo y anotando en la tabla el perímetro obtenido.

El otro jugador, jugador B, dibuja otra figura de 12 cm^2 de área con la condición de que toque a la dibujada por el A, pintándola de azul y anotando en la tabla su perímetro.

Se continúa así hasta completar la cuadrícula.

Ganará el jugador que haya obtenido el perímetro total más pequeño.

| | |
|-----------|--|
| Jugador A | |
| Jugador B | |



CUADRÍCULA

| | V | F |
|--|-----------------------|-----------------------|
| Para pasar de km^2 a dam^2 se multiplica por 10.000. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Para pasar de dm^2 a m^2 se divide por 10.000. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Para pasar de hm^2 a cm^2 se multiplica por 100.000.000. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Para pasar de mm^2 a dm^2 se divide por 10.000. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Para pasar de m^2 a mm^2 se multiplica por 100.000. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Para pasar de km^2 a dam^2 se multiplica por 10.000. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Para pasar de dm^2 a mm^2 se multiplica por 100. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Para pasar de mm^2 a hm^2 se divide por 10.000.000.000. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

Nombre: _____ Fecha: _____

ÁNGULOS

Ayuda a este señor que está buscando en su taller 15 objetos con ángulos rectos, agudos y obtusos (5 de cada). Rodea de rojo los rectos, de azul los agudos y de verde los obtusos. Ten en cuenta que los lados deben ser rectos para formar ángulos.



i Relaciona las medidas que expresan la misma superficie.

| | | | | | |
|------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0,005 km ² | 0,05 hm ² | 0,5 dam ² | 5 dm ² | 50 cm ² | 500 mm ² |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 0,05 m ² | 50 m ² | 5.000 m ² | 500 m ² | 0,0005 m ² | 0,005 m ² |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 0,0005 km ² | 0,005 hm ² | 50 dam ² | 0,05 dm ² | 500 cm ² | 5.000 mm ² |

TEMA 5: GEOMETRÍA PLANA

Debes encontrar un camino desde la clase de matemáticas hasta la puerta de salida, en este laberinto, pasando únicamente por puertas que tengan una figura de área 36 cm^2

